CAPÍTULO 8

**CIRCUITOS RLC**

8.1. INTRODUÇÃO

Circuitos de 2a ordem, são aqueles que apresentam *dois* elementos armazenadores de energia, podendo ser um indutor e um capacitor, ou dois capacitores, ou dois indutores, que não possam ser combinados num só. Eles são descritos por equações diferenciais de 2a ordem. São muito utilizados em circuitos de sintonia, osciladores e filtros, sendo os mais comuns os circuitos *RLC série* e *RLC paralelo*.

8.2 EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Inicialmente será visto, através de alguns exemplos, como determinar a equação diferencial que descreve os circuitos de 2a ordem. Resume-se basicamente em dois métodos.

**MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO**

Através de um sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem, aplicando-se a substituição de uma equação na outra obtém-se uma única equação diferencial de 2ª ordem como mostram os exemplos 1 e 2.

Exemplo 1: Circuito *RLC* paralelo: será utilizado como base o circuito da figura 8-1, onde se tomam como resposta a corrente no indutor e a tensão no capacitor.

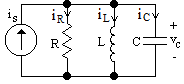


Fig. 8-1: Circuito RLC paralelo

Aplicando-se a lei de Kirchhoff para as correntes no nó superior do circuito, tem-se:

*iR + iL + iC = is*

Ou (I)

Mas: *vR = vC = vL =* (II)

Então, substituindo-se *vL* da equação (II) na equação (I) obtém-se:

Ou, dividindo-se tudo por *LC* chega-se a:

(8-1)

Exercício: Para obter a equação diferencial em função de *vC*, aplique novamente a lei de Kirchhoff para as correntes para encontrar:

(8-2)

Observe-se que as equações (8-1) e (8-2), têm a mesma forma, indicando que, tanto a corrente no indutor como a tensão no capacitor têm um comportamento idêntico em função do tempo.

Exemplo 2: Circuito *RLC* série: será utilizado como base o circuito da figura 8-2, onde se toma como resposta a tensão no capacitor.

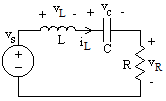


Fig. 8-2: Circuito RLC série

Aplicando-se a lei de Kirchhoff na malha, tem-se:

*vL + vC + vR = vs*

Ou *L + vC + RiR = vs* (I)

Mas *iL = iR = iC = C* (II)

Então, substituindo-se *iC* da equação (II) na equação (I) obtém-se:

Ou, dividindo-se tudo por *LC*:

(8-3)

Exercício: Encontre a expressão da equação diferencial em função da corrente *iL* no circuito do exemplo 2.

**MÉTODO DO OPERADOR DIFERENCIAL**

Este método será analisado através dos exemplos 3 e 4. Ele consiste basicamente em montar um sistema

de duas equações diferenciais e substituir os operadores diferenciais por variáveis algébricas simbólicas, para resolver o sistema.

Exemplo 3: Encontre as equações diferenciais para as correntes de malha *j1* e *j2* do circuito da figura 8-3. Dado: *R = 1Ω, L1 = 1H* e *L2 = 2H*.

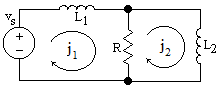


Fig. 8-3

Escrevendo-se as equações de cada uma das malhas e arrumando-as, obtém-se:

Malha 1:  *+ j1 – j2 = vs*

Malha 2: *–j1 + j2 + 2 = 0*

Substituindo-se o operador diferencial *d/dt* por *s* nestas equações tem-se:

*(s + 1)j1 – j2 = vs*

*–j1 + (2s + 1)j2 = 0*

Resolvendo-se este sistema para *j1* e *j2*, usando-se, por exemplo, a regra de Cramer, obtém-se:

*=* e

Como se observa, o denominador nas duas equações é o mesmo. Ele é intrínseco para cada circuito.

Passando-se este denominador para o lado esquerdo de cada uma das equações acima se obtém as equações para *j1* e *j2*, como segue:

*2s2j1 + 3sj1 = 2svs + vs* e *2s2j2 + 3sj2 = vs*

Substituindo-se agora *s* por *d/dt* e *s2* por *d2/dt2*, tem-se finalmente as equações diferenciais para as correntes de malha *j1* e *j2*, como segue:

e

Exemplo 4: Encontre a equação diferencial para a tensão *v* no circuito da figura 8-4. Dado: *R1 = 1 k e R2 = 1* .

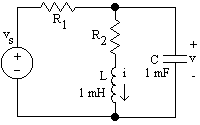


Fig. 8-4

Solução: Escrevendo-se a equação do nó superior e arrumando-a, tem-se:

Para a malha direita tem-se:

Substituindo-se, nestas duas equações, o operador *d/dt* por *s*, obtém-se o sistema:

*+ i =*

*–v + (Ls +R2)i = 0*

Quando resolvido, este sistema fornece, para a variável *v*, a equação:

Exercício: Repita os exemplos 3 e 4 utilizando o método da substituição.

8.3 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE 2A ORDEM.

Foi visto que os circuitos de segunda ordem são descritos por equações diferenciais da forma:

(8-4)

onde: *a2, a1* e *ao*, são constantes que dependem dos parâmetros do circuito, *x(t)* é a resposta procurada e *g(t)* é uma função que depende da excitação aplicada ao circuito. Esta equação diferencial não-homogênea, de coeficientes constantes, tem uma solução formada de duas partes: uma solução da equação homogênea, *xN*, quando *g(t) = 0*, chamada de *resposta natural* ou *resposta livre* do circuito, mais uma solução particular, *xF*, chamada de *resposta forçada* ou *resposta de regime permanente*, que depende da excitação. Então, a resposta completa será:

*x(t) = xN + xF*(8-5)

**SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO HOMOGÊNEA – RESPOSTA NATURAL**

Supondo uma solução do tipo: *xN = Aest* para a equação diferencial, com *g(t) = 0*, então, substituindo-se esta solução na equação (8-4) e utilizando-se o método do operador diferencial, obtém-se:

*(a2s2 + a1s + ao)xN = 0*

Como *xN* não deve ser nula, tem-se que:

*a2s2 + a1s + ao = 0* (8-6)

A equação (8-6), chamada de *equação característica* do circuito, fornece como solução duas raízes, *s1* e *s2*, chamadas de frequências naturais do circuito. Portanto, existem duas soluções para a resposta natural: *A1es1t* e *A2es2t*. Como se está admitindo que o circuito é linear, então a soma destas duas soluções também é uma solução da equação homogênea. Logo, utiliza-se como solução genérica para a resposta natural a equação:

*xN = A1 + A2* (8-7)

com exceção do caso em que *s1 = s2 = s*, onde se utiliza a resposta:

*xN = est(A1t + A2)*  (8-8)

Exemplo 5: Encontre a resposta natural para a corrente de malha *j2* do circuito mostrado na figura 8-5, em termos de duas constantes.

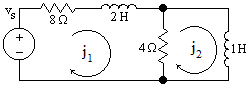


Fig. 8-5

Solução: Escrevendo-se as equações de cada uma das malhas se tem:

Malha 1:

Malha 2:

Substituindo-se o operador diferencial *d/dt por s*, obtém-se o sistema:

*(2s + 12)j1 – 4j2 = vs*

*–4j1 + (s + 4)j2 = 0*

Resolvendo-se este sistema para *j2*, seencontra:

Substituindo-se agora *s* por *d/dt* e *s2* por *d2/dt2*, se encontra:

Assim, a equação característica do circuito é:

*s2 + 10s + 16 = 0*

Resolvendo-a têm-se as raízes:

*s1 = –2 rd/s* e *s2 = –8 rd/s*

Logo, a resposta natural será dada pela equação (8-7):

8.4 RESPOSTA NATURAL DE UM CIRCUITO RLC PARALELO

Será encontrada agora a tensão no capacitor ou a corrente no indutor como resposta natural de um circuito *RLC paralelo*. O mesmo raciocínio poderá ser aplicado ao circuito *RLC série*. Seja, pois o circuito da figura 8-6, livre de fontes, sujeito apenas às condições iniciais, *iL(0)* e *vC(0)*, donde obtém-se a seguinte equação do nó superior:

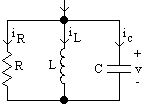


Fig. 8-6

 (8-9)

Derivando-se a equação (8-9) com respeito ao tempo, e dividindo-se tudo por *C*, obtém-se:

Fazendo-se, nesta equação:  *= 2, = o2, = s2* e *= s*, tem-se:

*s2v + 2sv + o2v = 0* ou *(s2 + 2s + o2)v = 0*

E como *v* não deve ser nula, tem-se que:

*s2 + 2s + o2 = 0* (8-10)

que é a equação característica do circuito. Quando resolvida, esta equação fornece as frequências naturais *s1* e *s2*.

A constante  *=*  é chamada de *frequência de Neper* ou *fator de amortecimento*, sendo dada em *rd/s*.

A constante é chamada de *freqüência de ressonância*, também dada em *rd/s*.

Resolvendo-se a equação (8-10) obtém-se as freqüências naturais:

 (8-11)

Note que *, o, s1* e *s2* têm dimensão de frequência angular, ou seja, *rd/s*

Dependendo dos valores de e *o* os circuitos de 2a ordem assumem um comportamento diferente que é classificado da seguinte forma:

**CIRCUITO SOBREAMORTECIDO**

Quando  *> o*, a resposta do circuito não apresenta oscilações. As frequências naturais, *s1* e *s2*, são números reais negativos e distintos, e a resposta natural pode ser dada pela equação (8-7), ou seja:

**CIRCUITO CRITICAMENTE AMORTECIDO**

Quando  *= o*, o circuito está na iminência de apresentar oscilações. As frequências naturais são números reais negativos e iguais, dados por: *s1 = s2 = –*. Neste caso a resposta natural pode ser dada pela equação (8-8), isto é:

*vN = e–t(A1t + A2)*

**CIRCUITO SUBAMORTECIDO**

Quando  *< o*, o circuito apresenta oscilações. As freqüências naturais são números complexos conjugados, obtidos da equação (8-11), resultando em:

*s1 = – + jd* e *s2 = – – jd* (8-12)

onde: é a *frequência de amortecimento*. (8-13)

Sua resposta natural pode também ser dada pela soma de duas exponenciais, conforme a equação (8-7). Porém, neste caso, *s1* e *s2*, bem como *A1* e *A2*, são números complexos conjugados, que quando substituídos na equação (8-7), resulta numa equação equivalente, mais usual e mais fácil de ser analisada, mostradas a seguir:

*vN = ke–tcos(dt – )*  (8-14)

ou, equivalentemente:

*vN = e–t(B1cos dt + B2sen dt)*  (8-15)

A equação (8-15) bem como a equação (8-14), mostra claramente que, neste caso, o circuito apresenta oscilações, e que estas oscilações são amortecidas pela exponencial presente na amplitude da senoide, chamada de *envoltória*, conforme esboço mostrado na figura 8-7.

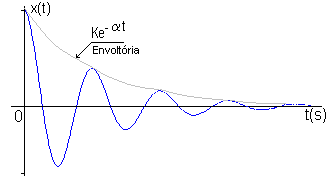


Fig. 8-7: Resposta natural de um circuito subamortecido

**CIRCUITO LC SEM PERDAS OU CIRCUITO LC IDEAL**

Quando  *= 0* o circuito não apresenta amortecimento, o que equivale a fazer *R =*  (no caso paralelo) ou *R = 0* (no caso série), ficando o circuito a oscilar indefinidamente, sendo, portanto o caso ideal. Suas frequências naturais, obtidas da equação (8-11), são raízes complexas puramente imaginárias e conjugadas, ou seja, *s1 = jo* e *s2 = –jo*, e a resposta natural pode ser dada também pela equação (8-7) ou, equivalentemente, pela equação (8-14) ou (8-15), onde se faz  *= 0*. Assim, tem-se:

*vN = kcos(ωot – θ)* (8-16)

OBSERVAÇÃO: Para o *circuito RLC série* vale o mesmo estudo feito para o circuito RLC paralelo, tendo a mesma expressão para a equação característica e para a freqüência de ressonância, apenas a expressão para o fator de amortecimento muda, sendo agora:

*=*

Exemplo 6: Considere o circuito *RLC* paralelo da figura 8-6, com os seguintes dados: *R = 2/3 , L = 1 H, C = 1/2 F, v(0) = 10 V* e *iL(0) = 2 A*. Encontre a resposta natural para a tensão no capacitor.

Solução: visto que a equação característica deste circuito é dada por:

*s2 + 2s + o2 = 0,* onde*: =* e *o2 =*

então, tem-se:

*s2 + 3s + 2 = 0,* que resulta em*: s1 = –1 rd/s* e *s2 = –2 rd/s*.

Então, o circuito é sobreamortecido, tendo, pois, como resposta:

Para calcular as constantes utiliza-se as condições iniciais. Assim, aplicando-se a primeira condição, *v(0) = 10 V*, na equação acima, obtém-se:

*A1 + A2 = 10*

A segunda condição, *iL(0) = 2 A*, não pode ser aplicada diretamente. Então, usa-se a equação (8-9), para se obter a derivada de *v* no ponto zero. Assim, da equação:



Tira-se como sendo:

ou

Esta condição, quando aplicada na equação de *v(t)* resulta em:

*A1 + 2A2 = 34*

Portanto, o sistema formado por *A1 + A2 = 10* e *A1 + 2A2 = 34*, fornece: *A1 = –14 V* e *A2 = 24 V*. Logo:

*v(t) = –14e–t + 24e–2t V*.

O gráfico da figura 8-8 mostra um esboço dessa tensão.

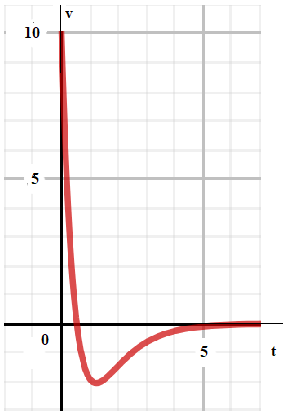


Fig. 8-8: Resposta de um circuito superamortecido

Exemplo 7: Repita o exemplo 1, para: *R = 1 , L = 1 H, C = 1/4 F, v(0) = 5 V* e *iL(0) = – 6 A*.

Solução: dos dados do problema tiramos:

*= 1/2RC = 2 rd/s, o2 = 1/LC = 4 (rd/s)2*, então obtemos a equação característica:

*s2 + 4s + 4 = 0*

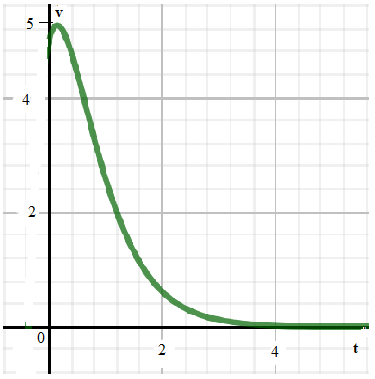
Resolvendo esta equação característica, encontramos: *s1 = s2 = –2 rd/s*, logo o circuito é criticamente amortecido. Portanto, a resposta natural para a tensão no capacitor pode ser dada pela equação (8-8), ou seja:

*v = e–t(A1t + A2) = e–2t(A1t + A2)*.

As constantes *A1* e *A2* são encontradas, utilizando os mesmos procedimentos do exemplo 6. Assim: *A1 = 14 V* e *A2 = 5 V*. Logo:

*v(t) = e–2t(14t + 5) V*.

A figura 8-9 mostra um esboço do gráfico de v(t).



**Fig. 8-9: Resposta de um circuito criticamente amortecido.**

Exemplo 8: repita o exemplo 6 para: *R = 25/3 , L = 0,1 H, C = 1 mF, v(0) = 10 V* e *iL(0) = –0,6 A*

Solução: dos dados do problema tiramos:

*= 1/2RC = 60 rd/s, o2 = 1/LC = 10000 (rd/s)2*, então obtemos a equação característica:

*s2 + 120s + 10000 = 0*

Resolvendo esta equação característica, encontramos as raízes:

*s1 = – 60 + j80 rd/s* e *s2 = – 60 – j80 rd/s*

logo o circuito é subamortecido. Portanto, a resposta natural para a tensão no capacitor tem a forma:

*v(t) = e–αt(B1cosωdt + B2senωdt) = e–60t(B1cos80t + B2sen80t)*

Usando os mesmos procedimentos do exemplo 6, para encontrar as constantes, obtemos: *B1 = 10 V* e *B2 = 0 V*. Logo:

*v(t) = 10e–60tcos80t V*.

O gráfico da figura 8-10 mostra um esboço de *v*.

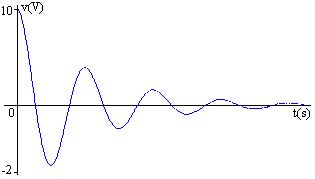


Fig. 8-10: Resposta de um circuito subamortecido

Exercício: Resolva os exemplos 6, 7 e 8 utilizando o MATLAB e apresente o gráfico de cada resposta.

8.5 RESPOSTA COMPLETA DE CIRCUITOS DE 2A ORDEM.

Vamos retomar a equação (8-4), considerando agora *g(t)* diferente de zero, ou seja, o circuito apresenta uma excitação externa, tendo, portanto, além da resposta natural, uma resposta forçada, *xF*, que depende desta excitação, como mostra a tabela seguinte:

|  |  |
| --- | --- |
| EXCITAÇÃO | RESPOSTA FORÇADA (*xF*) |
| *K* | *A* |
| *Kt* | *At + B* |
| *Ke–at* | *Ae–at ou Ate–at (se s1 = a ou s2 = a)* |
| *K1sen(t) + K2cos(t)* | *A1sen(t) + A2cos(t)* |

Exemplo 9: Encontre a resposta completa *iL(t)*, para *t > 0*, para o circuito *RLC* paralelo mostrado na figura 8-1, dado: *is = 8e–2t A, R = 6 , L = 7 H* e *C = 1/42 F*.

Solução: usando a equação (8-1) temos a equação diferencial do circuito:

*d2iL/dt2 + 7diL/dt + 6iL = 48e–2t*

Portanto sua equação característica será:

*s2 + 7s + 6 = 0*

cujas raízes são:

*s1 = –1 rd/s* e *s2 = –6 rd/s*

Logo, temos para resposta natural:

*iN = A1es1t + A2es2t = A1e–t + A2e–6t*

Como nenhuma das frequências naturais coincide com a frequência da excitação, ou seja, *s1 e s2* são diferentes de *a = –2*, podemos usar como solução para a resposta forçada, a exponencial.

*iF = Be–2t*

Substituindo esta solução na equação diferencial temos:

*4Be–2t –14Be–2t + 6Be–2t = 48e–2t*

donde tiramos:

*B = –12 A*

Assim, a resposta forçada será:

*iF = –12e–2t*,

e a resposta completa será:

*iL(t) = A1e–t + A2e–6t – 12e–2t A*.

As constantes *A1* e *A2* podem ser encontradas conhecendo-se as condições iniciais do circuito.

Exercício: Repita o exemplo 9 supondo *is = 8e–6t*. Observe que, neste caso, temos a constante *a = –6*, da excitação, coincidindo com uma das frequências naturais (*s2*).

**Resposta***: iL(t) = A1e–t + A2e–6t – (48/5)te–6t A*

Exemplo 10: Encontre a resposta completa *v(t)*, para *t > 0*, para o circuito mostrado na figura 8-11. Dado:

*vs(t) = 6e–3tu(t) V*.

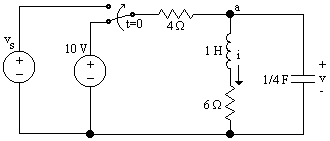


Fig.8-11

Solução: em *t = 0–* determinamos as condições iniciais:

*v(0) = 6 V* e *i(0) = 1 A*

Para *t > 0*, escrevemos a equação da malha direita e a equação do nó *a*, ambas envolvendo as variáveis de estado, *i* e *v*, e resolvemos o sistema, assim formado, para a variável *v*, obtendo-se a equação diferencial:

*d2v/dt2 + 7dv/dt +10v = dvs/dt + 6vs*

que nos dá como resposta natural:

*vN = A1e–2t + A2e–5t*

Podemos usar como resposta forçada a solução:

*vF = Be–3t*

obtendo dessa forma, como no exemplo 1, *B = –9 V*. Assim:

*v(t) = A1e–2t + A2e–5t – 9e–3t*

Aplicando a condição inicial *v(0) = 6V* nesta equação obtemos:

*A1 + A2 = 15*

Da equação do nó *a*, aplicada em *t = 0* tiramos: *dv/dt (0) = –4*. Essa condição aplicada em *v(t)* nos dá:

*2A1 + 5A2 = 31*

E assim determinamos: *A1 = 44/3 V e A2 = 1/3 V*. Logo, a resposta completa será:

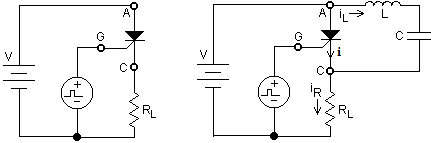
*v(t) = (44/3)e–2t + (1/3)e–5t – 9e–3t V*

Exercício 5: Resolva os exemplos 9 e 10 utilizando o MATLAB e apresente o gráfico de cada resposta.

8.6 APLICAÇÕES

**CONTROLE DE POTÊNCIA DE UMA CARGA**

A potência fornecida por uma fonte de tensão contínua a uma carga *RL* pode ser controlada utilizando o circuito da figura 8-12(a). O *tiristor* funciona da seguinte maneira: com a porta de controle *G* em *zero volt* não há condução de corrente entre os pontos *A* e *C*. Aplicando-se um pulso positivo de tensão, de pequena duração, na porta *G*, o tiristor entra em estado de condução, havendo praticamente um curto-circuito entre os pontos *A* e *C*. Entretanto, enquanto houver condução de corrente, a porta *G* perde sua ação sobre o tiristor, não podendo bloqueá-lo. Para retomar o controle será necessário anular a corrente de *A* para *C*. Isto pode ser conseguido utilizando um circuito *LC* como indicado na figura 8-12(b).



(a) (b)

**Fig. 8-12: Controle de potência de carga**

Desprezando as perdas no indutor e admitindo que o pulso de disparo ocorra em *t = 0*, temos:

*iL(0–) = 0 = iL(0+)* e *vC(0–) = vC(0+) = V*

Como o tiristor será um curto-circuito para t > 0, o circuito *LC* fica livre e sem amortecimento. Nessas condições, a corrente no indutor pode ser dada pela equação (8-16), ou seja:

*iL(t) = Kcos(ot – )*

onde *k* e são encontradas a partir das condições iniciais.

A corrente em *RL* é *iR­ = V/RL* e a corrente no tiristor, de *A* para *C* fica

*i = iR – iL*

Substituindo *iR* e *iL* na equação anterior, obtém-se:

O bloqueio do tiristor ocorrerá no instante *t1* em que a corrente *i* se anula, ou seja, quando:

Por comparação, esta equação fornece:

k = e ou ou , portanto:

Da condição inicial, *iL(0) = 0*, tiramos que: , portanto, , o que dá

Assim, encontramos: , e, portanto:

**CAIXA DE FERRAMENTAS**



EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA DO CIRCUITO DE 2ª ORDEM: *s2 + 2s + o2 = 0*

Onde:  *=*  (RLC PARALELO),  *=* (RLC SÉRIE), *o2 =*

RESPOSTA NATURAL:

*> o* :

*= o* **:** *vN = e–t*(*A1t + A2*)

*< o* : *vN = ke–tcos*(*dt –* )ou, equivalentemente: *vN = e–t*(*B1cos dt + B2sen dt*)

**PROBLEMÁTICA**

1) Encontre o valor de para o circuito *RLC* série, em função dos parâmetros do circuito.

**Resposta***: = R/2L*.

2) Determine a resposta natural para a tensão *v* do circuito da figura P8-1.

**Resposta***: vN = –1,16e–2,7t + 1,16e–37,3t V*

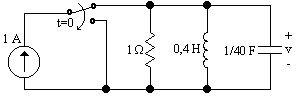


Fig. P8-1

3) Encontre a tensão *v* no capacitor, para *t > 0*, no circuito da figura P8-2.

**Resposta***: v = (3 + 6000t)e–2000t V*.

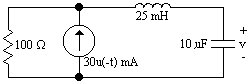


Fig. P8-2

4) Encontre a corrente no indutor do circuito mostrado na figura P8-3, para *t > 0*.

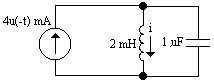


Fig. P8-3

5) Um circuito *RLC* paralelo tem *R = 62,5* , *L = 10 mH*, *C = 1 F, v(0) = 10 V* e *iL(0) = 80 mA*. Encontre a resposta natural, *vN*.

6) Considerando o circuito da problema 5, encontre o valor de *R* que torna o circuito criticamente amortecido.

7) Um circuito é descrito pela equação *d2v/dt2 + 5dv/dt + 6v = vs*, para *t > 0*. Classifique esse circuito quanto ao amortecimento. Encontre a resposta forçada, *vF*, quando: (a) *vs = 8 V*, (b) *vs = 3e–4t V* e (c) *vs = 2e–2t V*.

**Resposta:** *8/6 V, (3/2)e–4t V, 2te–2t V*.

8) Um circuito é descrito para *t > 0*, pela equação:

*d2i/dt2 + 9di/dt + 20i = 6is*

onde *is = (6 + 2t) A*. Encontre a resposta forçada *iF*.

**Resposta**: *iF = 1,53 + 0,6t A*.

9) Obtenha a equação diferencial para a tensão de nó, *e2*, do circuito mostrado na figura P8-4.

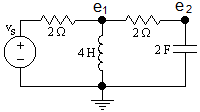


Fig. P8-4

10) No circuito da figura P8-5, a chave estava fechada há bastante tempo, sendo aberta em *t = 0*. Calcular a tensão *v(t)*, para *t > 0*.

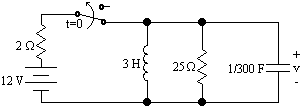


Fig. P8-5

11) Um circuito *RLC* série é excitado por uma fonte de tensão *vs = 6u(t) V*. Supondo todas as condições iniciais nulas, encontre a tensão *v(t)* no capacitor, para *t > 0*. Dado: *R = 6 , L = 1 H e C = 1/25 F*.

**Resposta***: v(t) = 7,5e–3tcos(4t + 143,13o ) + 6 V*.

12) Dê a expressão geral da resposta natural, em termos de funções reais do tempo, supondo que as frequências naturais de um circuito linear e invariante no tempo consistem dos seguintes conjuntos de valores:

(a) *s1 = –2* e *s2 = –3* (b) *s1 = s2 = –2*

(c) *s1 =* ***j****2* e *s2 = –****j****2* (d) *s1 = 2 +* ***j****3* e *s2 = 2 –****j****3*

13) Considere dois circuitos *RLC* lineares e invariantes no tempo. O 1o é um circuito paralelo com parâmetros: *R1, L* e *C* e o 2o é um circuito série com parâmetros: *R2, L* e *C*. Encontre a relação entre *R1* e *R2* para que os dois circuitos tenham o mesmo fator de amortecimento.

14) Dado um circuito *RLC* paralelo linear e invariante no tempo, criticamente amortecido, com *o  = 10 rd/s* e *C = 1 F*, escreva a equação diferencial desse circuito e determine a resposta natural para a tensão *vc(t)*, no capacitor. Suponha as condições iniciais: *vc(0) = 2V e iL(0) = 5A*.

15) Para o circuito do problema 5, seja a excitação uma fonte de corrente *is(t) = u(t)*, ligada em paralelo. Determinar a resposta completa para a tensão *vC(t)*.

16) Encontre a equação diferencial em função da corrente *i*, para o circuito da figura P8-6. Encontre suas frequências naturais e classifique-o quanto ao amortecimento.

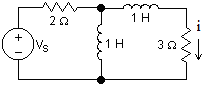


Fig. P8-6

17) Calcular a corrente *i(t)*, no circuito da figura P8-7, para *t > 0*, quando é fechada a chave indicada. Supõem-se todas as condições iniciais nulas.

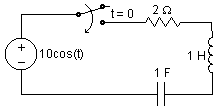


Fig. P8-7

18) Um circuito é descrito pela equação diferencial: *d2v/dt2 + 5dv/dt + 6v = vs*, para *t > 0*.  Encontre a resposta completa *v(t)*, para *t > 0*, quando *vs = 8 V*. Suponha todas as condições iniciais nulas.

19) Existem dispositivos que produzem um choque elétrico para incapacitar pessoas potencialmente perigosas. O dispositivo manual fornece uma série de pulsos de alta tensão e baixa corrente. A potência dos pulsos está bem abaixo dos níveis letais, mas é suficiente para causar contração dos músculos e colocar a pessoa fora de ação. O dispositivo fornece um pulso acima de *50 000 V*, e uma corrente de *1 mA* flui através de um arco. Um modelo de circuito para um disparo da arma é mostrado na figura P8-8. Encontre *v(t)* para 0 < t < 1 ms. O resistor *R* representa o espaço do arco onde ocorre a centelha. Selecione *C* de tal modo que a resposta seja criticamente amortecida.

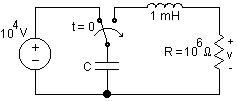


Fig. P8-8

20) As células fotovoltaicas da estação espacial fornecem a tensão *v(t)* do circuito apresentado na figura P8-9. A estação espacial entra na sombra da terra em *t = 0* com *v(0) = 2 V* e *i(0) = 1 /10 A*. Determine e represente graficamente *v(t)* para *t > 0*.

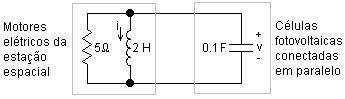


Fig. P8-9

21) Encontrar a equação diferencial para a tensão, *v,* em cada um dos circuitos mostrados na figura P8-10. Utilizando o MATLAB, encontre a solução para cada um dos circuitos supondo *vs = 2e–3t* e *is = 3e–2t*, e todas as condições iniciais nulas. Plote cada uma das respostas.

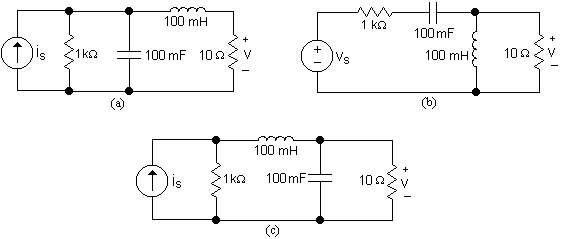


Fig. P8-10.