CAPÍTULO 6

**CAPACITORES E INDUTORES**

6.1 A FUNÇÃO DEGRAU E A FUNÇÃO IMPULSO

É oportuno, neste ponto, fazer um breve estudo sobre duas funções singulares, a *função degrau* e a *função impulso*, as quais serão de grande valia para a análise de circuitos contendo capacitores e/ou indutores.

**FUNÇÃO DEGRAU UNITÁRIO**

É de grande utilidade na representação da abertura ou fechamento de uma chave, ou ainda, do truncamento de uma função qualquer. Pode-se defini-la como:

*u(t) = 0, t < 0*

*= 1, t > 0*  (6-1)

Seu valor no instante zero é irrelevante para esse estudo. Sua representação gráfica pode ser vista na figura 6-1.

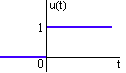
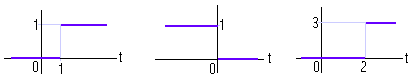


Fig. 6-1: Função degrau unitário

Exemplo 1: Represente graficamente as seguintes funções degrau: (a) *u(t – 1)*; (b) *u(–t)*; (c) *3u(t – 2)*.

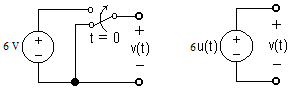
Solução: Os gráficos resultantes são mostrados na figura 6-2.



(a) (b) (c)

## Fig. 6-2: Exemplos de funções degrau.

Exemplo 2: A tensão *v(t*) no circuito da figura 6-3(a) pode ser representada usando a função degrau conforme mostrado na figura 6-3(b).



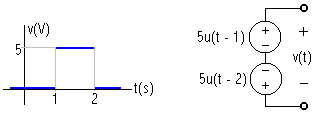
(a) (b)

## Fig. 6-3: (a) Chaveamento de uma fonte; (b) Representação do chaveamento usando a função degrau.

Exemplo 3: Representar um pulso retangular de amplitude *5 V* e com intervalo de duração *1 < t < 2 s*, usando a função degrau.

Solução: Este pulso retangular pode ser visto como a diferença de dois degraus de amplitude *5 V*, um acontecendo em *t = 1 s* e o outro acontecendo em *t = 2 s* conforme ilustrado na figura 6-4(a). A figura 6-4(b) mostra um circuito representativo desse pulso. Analiticamente tem-se:

*v(t) = 5u(t – 1) – 5u(t – 2)*



(a) (b)

**Fig. 6-4: Pulso retangular em termos da função degrau.**

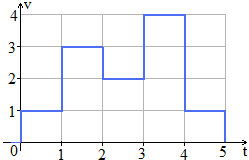
Exercícios:

1) Esboce a função degrau *u(–t + 2).* Observação: o deslocamento tem prioridade sobre a reflexão.

2) Esboce a forma de onda dos seguintes sinais de tensão:

a) *2sen(t + /4)u(t)* b) *3e–2tu(t)*  c) *2cos(t)e–tu(t)*.

3) Dado o sinal de tensão mostrado na figura 6-5, expressá-lo em termos da função degrau.



**Fig. 6-5**.

**FUNÇÃO IMPULSO UNITÁRIO**

A função impulso pode ser pensada como sendo um pulso (de formato qualquer), de duração zero, amplitude infinita e área unitária. Naturalmente que essa função não é realizável fisicamente, mas ajuda a resolver diversos problemas. Sua definição pode ser dada como segue:

*(t) = 0* para todo *t*, exceto em *t = 0*, onde sua amplitude é infinita, porém, a área sob sua curva é sempre unitária, ou seja:

 *= 1* (6-2)

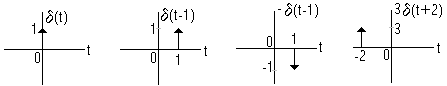
O intervalo [*a, b*] é qualquer um que inclua o ponto *t = 0*.

Se o impulso ocorre em *t = to*, pode-se escrever:

 *= 1*

Neste caso, o intervalo [*a, b*] deve incluir o instante *t = to*.

A função impulso pode ser representada graficamente por uma seta apontando para cima (se positivo) ou para baixo (se negativo), colocada no ponto onde o impulso acontece, conforme ilustram os exemplos da figura 6-6.



**Fig. 6-6: Exemplos de funções impulso.**

Uma propriedade importante da função impulso é a *propriedade da amostragem*. Isto é, quando a função impulso é multiplicada por uma função qualquer, *g(t)*, a integral deste produto fornece uma amostra da função *g(t)* no instante onde o impulso acontece. Matematicamente escreve-se:

 (6-3)

Em termos da função degrau, a função impulso pode ser escrita como:

*(t) =*  (6-4)

Naturalmente que, em termos da função impulso, a função degrau pode ser escrita como:

 (6-5)

Exemplo 4: encontre a derivada do pulso retangular, *v(t)*, mostrado na figura 6-4(a) e represente-a graficamente.

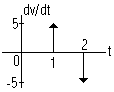
Solução: Foi visto que:

*v(t) = 5u(t – 1) – 5u(t – 2)*

Logo:

*= 5(t – 1) – 5(t – 2)*.

Seu gráfico é mostrado na figura 6-7.



**Fig. 6-7: Derivada do pulso retangular da figura 6-4(a)**

6.2 CAPACITOR

Um capacitor é um dispositivo de dois terminais formado por duas placas condutoras, separadas por material não-condutor, chamado de dielétrico. Tem como propriedade principal sua *capacitância*, medida em *Farad* (*F*), que é a capacidade de armazenar cargas elétricas. Alguns de seus símbolos são mostrados na figura 6-8.



(a) (b) (c)

**Fig. 6-8: (a) e (b): Capacitores não polarizados; (c) Capacitor polarizado (eletrolítico)**

**CAPACITÂNCIA**

É uma medida da capacidade que o capacitor tem de armazenar energia na forma de cargas elétricas ou, equivalentemente, de campo elétrico. Esta capacitância depende basicamente da *geometria do dispositivo* e da *permissividade elétrica* do material (dielétrico) que separa suas placas.

A capacitância é medida em farads (*F*). Como o farad é uma unidade extremamente grande, as unidades de capacitância usadas na prática são, principalmente: o *picofarad (pF)*, o *nanofarad (nF)* e o microfarad *(μF)*. Um par de fios trançados desses usados em telefonia, por exemplo, tem aproximadamente uma capacitância de *40 pF/m*.

Exemplo 5: Capacitor plano: suas placas são planas, paralelas e infinitas, ou, na prática, são muito grandes comparadas com a distância que as separa. Neste caso sua capacitância pode ser dada por:

*C = ε*  (6-6)

onde, *A* é a área de uma das placas, *d* é a distância de separação entre elas e *ε* é a constante dielétrica do meio que separa as duas placas. Se o meio for o vácuo ou o ar faz-se: *ε = εo = 8,854×10–12 F/m*. Alguns valores de *permissividade relativa* são mostrados na tabela 1.

**TABELA 1**

|  |  |
| --- | --- |
| MATERIAL | *εr = ε / εo* |
| Vidro | *7* |
| Nylon | *2* |
| Baquelite | *5* |

**CAPACITOR LINEAR**

Um capacitor é dito linear se a carga *q* em uma de suas placas e a tensão *v* entre elas forem relacionadas por uma constante *C* definida como sua capacitância, ou seja, o gráfico no plano *v × q* (denominado de curva característica do capacitor) será uma reta passando na origem. Assim:

*q(t) = Cv(t)* (6-7)

onde *C* é a capacitância em *Farads*, *q* é a carga em *Coulombs* e *v* é a tensão entre as placas, em *Volts*.

Na análise de circuitos elétricos interessa-nos o relacionamento entre tensão e corrente no capacitor, já que carga elétrica é um ente físico difícil de ser medido em laboratório. Portanto, lembrando que:

*i =* e *q = Cv*, então tira-se:

*ic = C*  (6-8)

É importante observar que, quando uma tensão é aplicada aos terminais de um capacitor, as cargas que existem no dielétrico não podem se mover de uma placa para outra, mas apenas são deslocadas em relação à sua posição de equilíbrio. Quando a tensão varia com o tempo, a posição dessas cargas também varia, dando origem à *corrente de deslocamento*. Esta corrente que do ponto de vista do circuito se comporta exatamente como uma corrente de condução, é proporcional à taxa de variação da tensão entre os terminais do capacitor, conforme visto na equação (6-8). A corrente de deslocamento tem sua explicação dada no estudo de eletromagnetismo.

Exemplo 6: Se *v* é constante então, pela equação (6-8), *ic = 0*, ou seja, em *regime permanente de tensão constante* o capacitor é um *circuito aberto*. Regime permanente significa dizer que a fonte de tensão já foi ligada há certo tempo, o suficiente para o capacitor completar a sua carga.

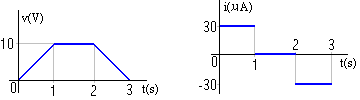
Exemplo 7: Seja *v = VoSen(ωt)*. Então, substituindo na equação (6-8) encontra-se:

*i(t) = C = ωCVoCos(ωt)*.

Portanto, a intensidade da corrente no capacitor depende da frequência. Observe que a frequência da corrente é a mesma da tensão.

Exemplo 8: Encontre a corrente para um capacitor de *3 μF* que tem uma tensão variando como mostrada na figura 6-9(a).

A solução gráfica é mostrada na figura 6-9(b).

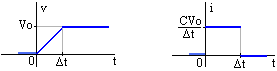


(a) (b)

**Fig. 6-9: Tensão e corrente num capacitor.**

**INERCIA DE TENSÃO NO CAPACITOR**

Suponha que a tensão no capacitor varie conforme mostrada na figura 6-10(a). Então, baseado na equação (6-8), a corrente no capacitor será conforme mostrada na figura 6-10(b).



(a) (b)

**Fig. 6-10: Tensão e corrente num capacitor**.

Quando *t* se torna nulo, a tensão *v* se torna um degrau, de amplitude *Vo*, ou seja,

*v(t) = Vou(t)*

Portanto, usando a equação (6-8), e lembrando que a derivada do degrau é o impulso, encontra-se a corrente:

*i(t) = CVo(t)*

Entretanto, esta corrente, de amplitude infinita, requer uma fonte de energia infinita, o que é impossível na prática. Logo, a tensão num capacitor não pode sofrer mudanças instantâneas, devendo manter continuidade em todo intervalo de tempo. Dizemos então que o capacitor tem inércia de tensão. Esta inércia é indicada por:

*v(to*–*) = v(to+)*  (6-9)

Onde *to*– e *to+* são dois instantes infinitamente próximos, o primeiro, à esquerda de *t = to* e o segundo, à direita de *t = to*. Assim, a equação (6-9) significa dizer que nestes dois instantes a tensão deve permanecer a mesma, ou seja, a função *v(t)* no capacitor é sempre contínua em qualquer instante de tempo.

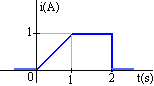
A tensão no capacitor, em função da corrente, pode ser expressa por:

 (6-10)

Ou *v(t) – v(to) =*

Esta última equação nos diz que a área sob a curva de *i(t),* entre os instantes *to* e *t*, dividida pela capacitância, é igual à diferença entre as tensões nos instantes *t* e *to*

Exemplo 9: Encontre a tensão, *v(t)*, num capacitor de capacitância *C = ½ F* quando a corrente é como mostrada na figura 6-11. Suponha *v(0) = 0*.



**Fig. 6-11: Corrente no capacitor.**

Solução: A corrente pode ser expressa analiticamente como:

Usando a equação (6-10) encontra-se

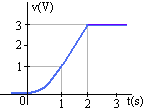
*v(t) = 0; t 0*





*v(t) = v(2) = 3; 2 < t < ∞*

O gráfico da figura 6-12 mostra um esboço de v(t)



**Fig. 6-12: Tensão no capacitor**.

Exercício: Num capacitor temos que *i(t) = 3,75e–1,2t A*, para *t > 0* e *v(t) = 4 – 1,25e–1,2t V*, para *t > 0*, onde foi adotada a convenção passiva. Determine o valor da capacitância.

**Resposta:** *C = 2,5 F*

6.3 ENERGIA ARMAZENADA NUM CAPACITOR

O capacitor ideal não dissipa energia, ele só armazena na forma de cargas elétricas ou de campo elétrico. Assim:

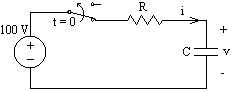


Supondo que o capacitor esteja inicialmente descarregado, faz-se *v(–) = 0*. Portanto:

*wC(t) = Cv2(t)*  (6-11)

Observe que *wC (t)* é sempre não-negativa, o que mostra ser o capacitor um elemento passivo.

Exemplo 10: Um capacitor de *10 mF* é carregado até atingir a tensão de *100 V*, como mostra o circuito da figura 6-13. Encontre a energia armazenada no capacitor e a tensão no capacitor no instante *t = 0+* (logo após a chave ser aberta).



**Fig. 6-13: Circuito para o exemplo 1.**

Solução: como *v(0–) = 100 V*, então, logo após a chave ser aberta a tensão será devida à sua inércia:

*v(0+) = 100 V*.

A energia armazenada pode ser calculada pela equação (6-11). Assim:

*wC = Cv2 = (10)(10–3)(1002) = 50 J*.

Exemplo 11: No circuito do exemplo 10, suponha que o capacitor está descarregado e a chave, estando inicialmente aberta, é fechada no instante *t = 0*. Encontre *v(0+), i(0–),i(0+), v()* e *i().*

Solução: *v(0+) = 0*, *i(0–) = 0*, *i(0+) = 100/R*, *v() = 100V* e *i() = 0*.

6.4 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

**EM PARALELO**

A tensão é a mesma em todos os capacitores e a corrente, bem como a carga elétrica, se divide em proporção direta a cada capacitância. A capacitância equivalente será a soma das capacitâncias individuais. A figura 6-14 ilustra um exemplo de três capacitores em paralelo.

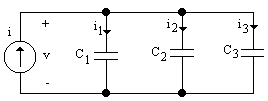


Fig. 6-14: capacitores em paralelo

Neste exemplo tem-se, partindo das leis de Kirchhoff:

*i = i1 + i2 + i3* ou *q = q1 + q2 + q3* e *v1 = v2 = v3 = v*

*Ceq = C1 + C2 + C3*

Exercício: Mostre que para dois capacitores em paralelo, alimentados por uma fonte de corrente, *is,*,tem-se um divisor de corrente dado por:

e  (6-12)

**EM SÉRIE**

A corrente, bem como a carga, é a mesma em todos os capacitores e a tensão da fonte se divide em proporção inversa a cada capacitância. O inverso da capacitância equivalente será a soma dos inversos das capacitâncias individuais. A figura 6-15 ilustra um exemplo de três capacitores em série.

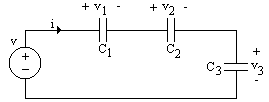


Fig. 6-15: capacitores em série

Neste exemplo tem-se, partindo das leis de Kirchhoff:

*v = v1 + v2 + v3 e i1 = i2 = i3 = i*

Exercício: Mostre que para dois capacitores em série, de tensões iniciais nulas, alimentados por uma fonte de tensão *vs*, as tensões em cada um dos capacitores são:

e (6-13)

Exemplo 12: Encontre a capacitância equivalente *Cab* e as tensões *v1, v2* e *v* no circuito da figura 6-16.

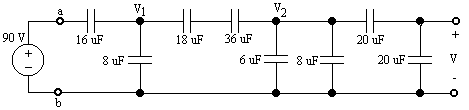


Fig. 6-16: Circuito para este exemplo

Solução: a capacitância vista nos terminais de *v2*, à direita, incluindo o capacitor de *6 F*, será:

*C2 = 24 F*

Obtém-se, assim, o circuito equivalente mostrado na figura 6-17

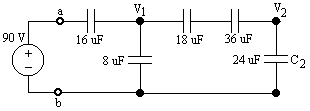


Fig. 6-17

A capacitância vista nos terminais de *v1*, à direita, incluindo o capacitor de *8 F*, será:

*C1 = 16 F*

obtendo-se o seguinte circuito equivalente visto na figura 6-18:

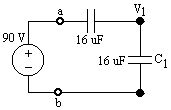


Fig. 6-18

Logo, a capacitância equivalente nos terminais *a-b* será:

*Cab = 8* F.

Para o cálculo de *v1*, recorre-se à figura 6-18 e usa-se a equação (6-13), obtendo-se:

*v1 = 45 V*.

De posse de *v1* e recorrendo à figura 6-17, usa-se o mesmo raciocínio para encontrar *v2*. Assim:

*v2 = 15 V*.

E finalmente, usando a figura 6-16, tem-se:

*v = = 7,5 V*.

6.5 INDUTOR

Um indutor é um dispositivo de dois terminais formado por um enrolamento (chamado de bobina) de *N* espiras condutoras, eletricamente isoladas. Tem como propriedade principal sua indutância, medida em Henry (*H*). Alguns de seus símbolos são mostrados na figura 6-19.



(a) (b) (c)

## Fig. 6-19: (a) Indutor com núcleo de ar; (b) Indutor com núcleo de ferro; (c) Indutores acoplados.

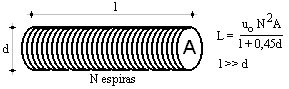
**INDUTÂNCIA**

É a propriedade primária do indutor pela qual, uma corrente variante no tempo através dele, produz uma tensão em seus terminais. A indutância de um indutor depende basicamente da sua geometria e da *permeabilidade magnética* do meio sobre o qual as espiras são enroladas. Permeabilidade magnética é a capacidade que um material tem de concentrar um campo magnético. A tabela 2 mostra alguns materiais com suas respectivas permeabilidades em relação a do ar que é igual a 1, ou seja, a permeabilidade do ar é considerada igual à do vácuo que é *μo = 4π×10–7 H/m*.

**TABELA 2**

|  |  |
| --- | --- |
| MATERIAL | PERMEABILIDADE MAGNÉTICA |
| Ar | 1 |
| Alumínio | 0,996 |
| Ouro | 0,999 |
| Ferro | 800 |
| Aço Silício | 5000 |

Exemplo 13: Solenoide: consistem em um enrolamento feito de fio condutor, em formato cilíndrico, com *N* espiras, conforme mostra a figura 6-20.



**Fig. 6-20: Solenoide.**

Na equação indicada ao lado do indutor que dá a sua indutância *L,* tem-se que: *A* é a área da seção reta do núcleo, *l* é o comprimento do indutor, *d* é o diâmetro e *o* é a permeabilidade do espaço livre (supondo que o núcleo seja o ar). O espaçamento entre as espiras é nulo. Nesta equação supõe-se que o comprimento do indutor é muito grande comparado com o diâmetro do núcleo.

**INDUTOR LINEAR**

Um indutor é dito linear se o fluxo magnético , que entrelaça suas espiras e a corrente elétrica que as atravessa, for relacionado por uma constante *L* definida como sua indutância, ou seja, o gráfico no plano  *× i* (denominado de *curva característica do indutor*) será uma reta passando na origem. Assim:

*N(t) = Li(t*), onde *L* independe de , *i* e *t*  (6-14)

Na análise de circuitos elétricos interessa-nos o relacionamento entre tensão e corrente no indutor, já que fluxo elétrico é um ente físico difícil de ser medido em laboratório. Portanto, lembrando a lei de indução de Faraday:

*v = N* e como, da equação (6-14), *(t) =*  então tira-se:

*vL = L*  (6-15)

Exemplo 14: Se *i* é constante então, da equação (6-15), *vL = 0*, ou seja, em *regime permanente de corrente constante* o indutor comporta-se como um *curto-circuito*.

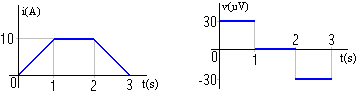
Exemplo 15: Seja *i = IoSen(t)*, então, usando a equação (6-15), encontra-se:

*v(t) = L = LIoCos(t)*.

Portanto, a tensão no indutor depende da frequência. Observe, ainda, que a frequência da tensão é a mesma da corrente.

Exemplo 16: Encontre a tensão para um indutor de *3H* que tem uma corrente variando como mostrada na figura 6-21(a).

A solução gráfica é mostrada na figura 6-21(b).

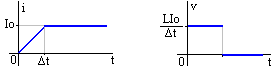


(a) (b)

## Fig. 6-21: Corrente e tensão no indutor

**INÉRCIA DE CORRENTE NO INDUTOR**

Suponha que a corrente no indutor varie conforme mostrada na figura 6-22(a). Então, a sua tensão no indutor varia conforme mostrado na figura 6-22(b).



(a) (b)

## Fig. 6-22: Corrente e tensão num indutor

Quando *t* se torna nulo, a corrente *i* se torna um degrau, de amplitude *Io*, ou seja:

*i(t) = Iou(t)*

Portanto, usando a equação (6-15) e, lembrando que a derivada do degrau é o impulso, encontra-se a tensão:

*v(t) = LIo(t)*

Entretanto, esta tensão, de amplitude infinita, requer uma fonte de energia infinita, o que é impossível na prática. Logo, a corrente num indutor não pode sofrer mudanças instantâneas, devendo manter continuidade em todo intervalo de tempo. Diz-se, então, que o indutor tem inércia de corrente.

A inércia de corrente num indutor pode ser expressa como:

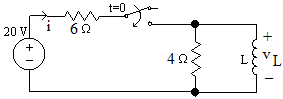
*i(to–) = i(to+)* (6-16)

significando que, em dois instantes quaisquer, infinitamente próximos, a corrente deve permanecer a mesma, ou seja, num indutor não existe descontinuidade de corrente.

A corrente no indutor, em função da tensão, pode ser expressa por:

 (6-17)

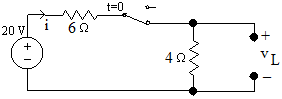
Exemplo 17: Um indutor, inicialmente descarregado, e dois resistores, estão ligados a uma fonte de *20 V*, conforme mostra a figura 6-23. Determine a corrente *i* da fonte e a tensão *vL* no indutor, quando a chave é fechada.

****

**Figura 6-23: Exemplo 17.**

Solução: No exato instante em que a chave é fechada, o circuito pode ser visto como o da figura 6-24. Veja que, nesse instante, como a corrente no indutor é nula, ele é visto como um circuito aberto, logo:

e



**Fig. 6-24: Exemplo 17.**

6.6 ENERGIA ARMAZENADA NUM INDUTOR

O indutor ideal não dissipa energia, ele só armazena na forma de campo magnético. Assim:



Supondo o indutor sem nenhuma energia inicial armazenada, fazemos *i(-) = 0*. Portanto:

*wL(t) = Li2(t)* (6-18)

Exemplo 18: A corrente num indutor é mostrada na figura 6-25 onde *L = ½ H*. Encontre a tensão, a potência e a energia armazenada no indutor.

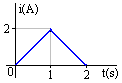


Fig. 6-25: Corrente no indutor

Solução: do gráfico tira-se a corrente *i(t)* como:

*i(t)* =

A tensão pode ser calculada pela equação (6-15). Obtendo-se:

*v(t) = 0; t 0*

*= 1; 0 < t 1*

*= –1; 1 < t 2*

*= 0; t > 2*

A potência é obtida pelo produto da tensão pela corrente, resultando em:

*p(t) = 0; t < 0*

*= 2t; 0 < t < 1*

*= 2t – 4; 1 < t < 2*

*= 0; t > 2*

Finalmente obtem-se a energia através da equação (6-18)

*wL(t) = 0; t < 0*

*= t2; 0 < t < 1*

*= t2 –4t + 4; 1 < t < 2*

*= 0; t > 2*

A figura 6-26 mostra os esboços gráficos de *v(t), p(t)* e *wL(t)*, respectivamente.

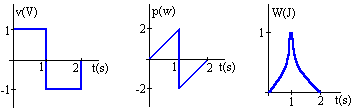


Fig. 6-26: Resultados do exemplo 16

6.7 ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES

Supondo que os indutores associados não estejam magneticamente acoplados, isto é, se o fluxo magnético gerado por cada um deles não interferir no fluxo gerado pelos demais, então a associação de indutores dá-se de maneira semelhante à associação de resistores, ou seja:

**EM SÉRIE**

A indutância equivalente é a soma das indutâncias individuais. Observar que o fluxo magnético é o mesmo em todos os indutores já que a corrente é a mesma. Assim:

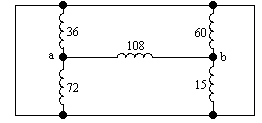
*Leq = L1 + L2 + ... + LN*

**EM PARALELO**

O inverso da indutância equivalente é a soma dos inversos das indutâncias individuais. Neste caso, o fluxo magnético se divide proporcionalmente a cada uma das indutâncias. Assim:

Exercício: Encontre a indutância equivalente, *Lab*, no circuito mostrado na figura 6-27, onde todas as indutâncias estão dadas em *mH*.

**Resposta:** *Lab = 27 mH*.

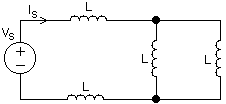


**Fig. 6-27: Circuito para o exercício 4.**

Exercício: Encontre o valor da indutância *L* no circuito mostrado na figura 6-28, quando *vs = 25cos(250t) V* e

*is = 14sen(250t) mA*.

**Resposta***: 2,86 mH*

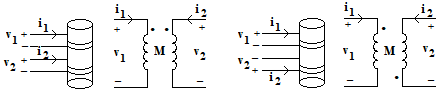


**Fig. 6-28**.

**INDUTORES ACOPLADOS**

Se dois ou mais indutores têm seus enrolamentos próximos um do outro, geralmente enrolados no mesmo núcleo, o fluxo magnético em cada enrolamento é produzido pelas correntes que atravessam todos eles. Neste caso, aparecem indutâncias mútuas entre os enrolamentos. A figura 6-29 mostra um exemplo de dois indutores acoplados (próximos um do outro), onde as tensões em cada indutor são agora dadas por

Quando a convenção passiva (convenção de receptor) é adotada, *L1* e *L2* são positivas, mas a indutância mútua, *M*, pode ter qualquer sinal, pois depende dos sentidos dos enrolamentos de cada indutor. Para se identificar o sinal de *M*, adota-se a seguinte convenção de ponto: se as correntes positivas entram pelos terminais marcados com um ponto, elas reforçam o fluxo dos enrolamentos e *M* será positiva, caso contrário, *M* será negativa.



**Fig. 6-29: indução mútua e convenção de ponto**

6.8 CONDIÇÕES INICIAIS DE CIRCUITOS COM CAPACITORES E INDUTORES

O objetivo agora é encontrar o valor da tensão no capacitor ou da corrente no indutor, presentes num circuito, no exato instante em que uma chave é comutada. Para isso, será definido os seguintes instantes de tempo, supondo que *to* é o instante da comutação da chave:

*t = to–*: instante imediatamente antes da comutação da chave.

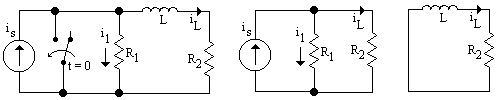
*t = to+* : instante imediatamente após a comutação da chave.

Também deve ser lembrado que:

- Um indutor tem inércia de corrente, ou seja, *iL(t0-) = iL(t0+)* e que, em regime permanente de corrente constante, o indutor se comporta como um curto-circuito.

- Um capacitor tem inércia de tensão, isto é, *vC(t0–) = vC(t0+)* e que, em regime permanente de tensão constante, o capacitor se comporta como um circuito-aberto.

Exemplo 19: O circuito da figura 6-30(a) está em regime permanente antes de a chave ser fechada no instante zero. Encontre as correntes e tensões em todos os elementos deste circuito imediatamente antes e após o fechamento da chave. Dado: *is = 5 A, R1 = 4 Ω*  e *R2 = 6 .*



(a) (b) (c)

**Fig. 6-30: (a) Circuito analisado; (b) Em *t = 0****–***; (c) Em t = 0+**.

Solução: Como a chave já estava aberta há bastante tempo e, sendo a excitação constante, o indutor comporta-se como um curto-circuito e, desta forma, o circuito pode ser visto como mostra a figura 6-30(b). Assim:

*iL(0–) = iR2(0–) = is  = = 2 A.*

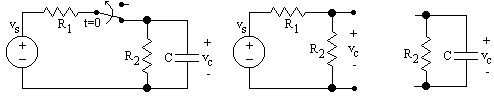
*iR1(0–) = 3 A, vR1(0–) = 12 V, vR2(0–) = 12 V, vL(0–) = 0 V*.

*iL(0+) = iL0–) = 2 A*.

Em *t = 0+* o circuito pode ser visto como mostrado na figura 6-29(c), Assim:

*iR1(0+) = 0 A, vR1(0+) = 0 V, vL(0+) = –vR2(0+) = –12 V*.

Exemplo 20: O circuito da figura 6-31 está em regime permanente antes de a chave abrir no instante zero. Encontre as correntes e tensões em todos os elementos em t = 0+ e t = 0*–*. Dado: *vs = 10 V, R1 = 2*  e R2 = 3 .



(a) (b) (c)

## Fig. 6-31: Circuitos para o exemplo 20

Solução: Como a chave já estava fechada há bastante tempo, e sendo a excitação constante, o capacitor comporta-se como um circuito aberto e, desta forma, o circuito pode ser visto como mostra a figura 6-30(b). Assim:

*vc(0–) = vR2(0–) = = = 6 V*.

*vR1(0–) = 4 V, iR1(0–) = 2 A, iR2(0–) = 2 A , ic(0–) = 0 A*.

Em *t = 0+* o circuito pode ser visto como mostra a figura 6-30c. Assim:

*vc(0+) = vc(0–) = 6 V*.

*vR2(0+) = vc(0+) = 6 V, iR2(0+) = 6/3 = 2 A, ic(0+) = –2 A*.

Exemplo 21: O circuito da figura 6-32 está em regime permanente antes de a chave abrir no instante zero. Encontre as correntes e tensões no capacitor e no indutor imediatamente antes e após a abertura da chave.

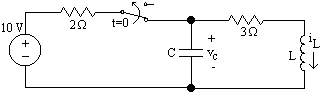


Fig. 6-32: Circuito para o exemplo 21

Solução: Como a chave já estava fechada há bastante tempo tem-se:

*vc(0–) = = 6 V, ic(0–) = 0 A*.

*iL(0–) = = 2 A, vL(0–) = 0 V*.

*vc(0+) = vc(0–) = 6 V.*

*iL(0+) = iL(0–) = 2 A.*

*ic(0+) = –iL(0+) = –2 A, vL(0+) = 0 V*.

Exemplo 22: Encontre *iL(0+), vC(0+)* e para o circuito da figura 6-33 que está em regime permanente até o instante *t = 0‑*.

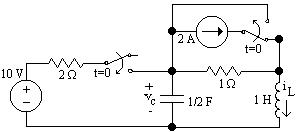


Fig. 6-33: Circuito para o exemplo 22

Solução: em *t = 0–*, o circuito fica reduzido ao da figura 6-34:

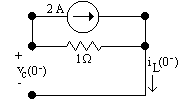


Fig. 6-34

Donde se tira: *vC(0–) = –2 V = vC(0+)* e *iL(0–) = 0 A = iL(0+)*

Em *t = 0+*, o circuito fica como mostrado na figura 6-35:

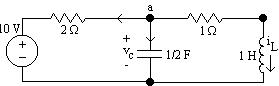


Fig. 6-35

Lembrando que: e, então tira-se:

e

É Preciso, portanto se calcular *vL(0+)* e *ic(0+).* Pela análise do circuito da figura 6-35 tem-se:

Na malha direita:

*–vc(0+) + vL(0+) = 0,* então *vL(0+) = –2 V*

Logo:

*.*

No nó *a*:

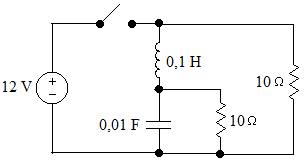
*+ ic(0+) + iL(0+) = 0,* e, como *va = vC(0+) = –2 V,* tem-se que: *ic(0+) = 6 A*

Logo:

.

Exercícios: o circuito da figura 6-36 é alimentado por uma fonte de tensão continua e uma chave de acionamento. No instante que a chave fecha, o capacitor e o inductor estão desenergizados. Encontre, em ampère, as correntes fornecidas pela fonte em *t = 0* e quando o circuito atinge o regime permanente.

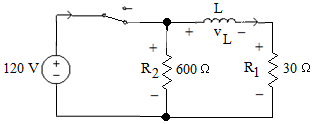
**Resposta***: i(0) = 1,2 A e i(∞) 2,4 A.*



**Fig. 6-36**

6.9 INTERRUPÇÃO DE CORRENTE EM UM CIRCUITO INDUTIVO

Interromper abruptamente a corrente de um indutor de indutância elevada (como um motor ou uma bobina geradora de campo) pode gerar picos de tensão de alguns milhares de volts, o suficiente para produzir longos arcos voltaicos. Até indutâncias com valores moderados nos sistemas eletrônicos, são capazes de gear tensão suficiente para causar danos ao circuito. Para entender melhor o que se passa, seja analisar o circuito da figura 6-37. Suponha que a chave esteja fechada e o circuito se encontra em estado estacionário.

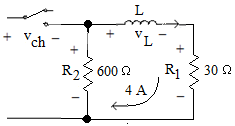


**Fig. 6-37**

Nesta situação, o inductor é um curto-circuito, portanto:

*vR1 = vR2 = 120 V; iR2 = 0,2 A; iR1 = iL = 4 A; vL = 0 V*

Logo após a chave abrir, o circuito pode ser visto como o da figura 6-38.



**Fig. 6-38**

Logo, escrevendo a equação da malha, tem-se:

*–vR2 + vL + vR1 = 0 🡪 –(600)(–4) + vL + 30(4) = 0 🡪 vL = –2520 V 🡪 vch = 2400 V*

6.10 APLICAÇÕES

(1) Filtro de linha (*protetor contra surto*): São dispositivos de segurança para nossos computadores, televisores, aparelhos de som e outros instrumentos sensíveis a surtos de tensão. Além da proteção contra surtos de tensão e de corrente, alguns filtros de melhor qualidade também evitam ou removem interferência eletromagnética (EMI – *Electromagnetic Interference*) e interferência de radiofrequência (RFI – *Radio-Frequency Interference*). A EMI envolve qualquer distúrbio indesejado na rede elétrica estabelecido por motores ou equipamentos de potência nos arredores, emitindo sinais captados pela rede elétrica que funciona como uma antena. A RFI inclui todos os sinais no espaço livre com frequências na faixa de áudio ou acima dela que podem também ser captados pela rede elétrica interna ou externa à residência.

O diagrama esquemático da figura 6-37 tem todas as características de projeto esperadas para um bom filtro de linha. Primeiro, observe na figura a existência de capacitores entre fase e neutro, entre fase e terra e entre neutro e terra. Cada um tem duas funções. A primeira é evitar qualquer surto rápido de tensão que pode vir da rede elétrica devido a efeitos externos como relâmpago, que alcance o equipamento conectado à unidade. Lembre-se que a tensão num capacitor não muda rapidamente. Portanto, o capacitor evita que a tensão da fase para o neutro sofra uma alteração muito rápida, proporcionando então uma queda de tensão em seus terminais.

A segunda função requer algum conhecimento da reação dos capacitores a diferentes frequências que será discutida no capítulo 9. Por enquanto, é suficiente dizer que os capacitores apresentam impedâncias diferentes para frequências diferentes, por isso evitam frequências indesejadas, como as que estão associadas às EMI e as RFI.

As bobinas (indutores) que aparecem intercaladas na fase e no neutro, geralmente em forma de toroides, também têm dupla finalidade: bloquear surtos rápidos de corrente que vêm pela rede elétrica e bloquear frequências relativas a qualquer tipo de interferência, pois, como vimos, o indutor tem inércia de corrente não permitindo variações bruscas da mesma e, como será visto no capítulo 9, ele apresenta uma alta impedância para frequências elevadas. Em resumo, os capacitores, em um filtro de linha, têm o efeito de oferecer um caminho secundário para os distúrbios, enquanto os indutores os bloqueiam.

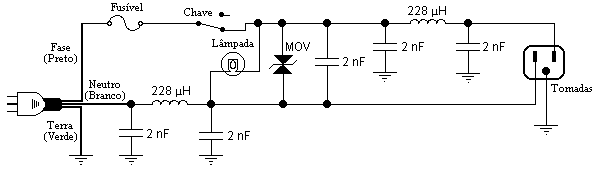
O componente que é o coração da maioria dos filtros de linha é um varistor (*MOV – Metal-Oxide Varistor*). Ele é um dispositivo eletrônico cuja resistência varia em função da tensão aplicada entre seus terminais. Para uma faixa normal de tensão da rede elétrica, a resistência entre seus terminais é suficientemente grande podendo ser considerado um circuito aberto, e a sua presença ignorada. Entretanto, se a tensão for muito grande, sua resistência cai para um valor muito pequeno, podendo então ser considerado um curto circuito. Em nossa região, em que a tensão nominal da rede elétrica é *127 V*, os varistores são de *180 V* ou mais. A razão dessa diferença (*53 V*) é que o valor de *127 V* é um valor eficaz (a ser definido no capítulo 9), mas a tensão da rede é senoidal, atingindo um valor máximo de *127(√2)* = *179,6 V*.

Olhando o símbolo do *varistor*, se notará que ele tem uma seta em cada sentido, mostrando que ele é bidirecional e bloqueará tensões com qualquer polaridade. Ele poderá reagir de maneira muito mais rápida que um fusível e apresenta suas características de baixa resistência por um período muito curto de tempo. Quando terminar o surto, o varistor retornará à sua característica normal de circuito aberto. Caso deseje saber para onde o surto vai, já que a carga é protegida por um curto-circuito, lembre-se que todas as fontes de distúrbios, como relâmpagos, geradores, motores indutivos (como os de condicionadores de ar, máquinas de lavar, máquina de serrar, etc.) têm sua própria resistência de fonte, e sempre há alguma resistência ao longo da rede elétrica para absorver o distúrbio.

A maioria dos filtros de linha, como parte de sua propaganda, gosta de mencionar os seus níveis de absorção de energia. Pode-se ter, por exemplo, uma especificação de *W = 1200 J*, que é, na realidade, uma das maiores. Lembrando que *W = P.t = V.I.t*, então, se um surto de *5000 V* vier pela rede elétrica, a capacidade de absorção em Ampère-segundo será:

*I.t = W/V = 1200 / 5000 = 0,24 As*.

Considerando uma relação linear entre todas as quantidades, o nível de energia especificado está mostrando que uma corrente de *100 A* poderia ser mantida por *t = 240/100 = 2,4 ms*.

**Fig. 6-37: Filtro de linha**

**CAIXA DE FERRAMENTAS**



CARGA NO CAPACITOR LINEAR: q(t) = Cv(t)

CORRENTE NO CAPACITOR:

CORRENTE NO INDUTOR:

INÉRCIA DE TENSÃO NO CAPACITOR:

INÉRCIA DE CORRENTE NO INDUTOR:

**PROBLEMÁTICA**

1) Suponha um capacitor plano cujas placas estão separadas de *1 mm* pelo espaço livre. Calcule a área dessas placas para se conseguir uma capacitância de *1 F*.

2) Encontre a capacitância equivalente *Cab* no circuito da figura P6-1. [Observe a simetria do circuito entre os pontos *a* e *b*]

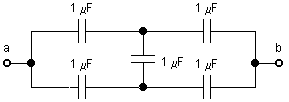


Fig. P6-1: Problema 2.

3) Um capacitor com capacitância *C* e tensão inicial *Vo*, é conectado em paralelo a outro capacitor idêntico que estava descarregado. Encontre a tensão resultante de regime permanente, após a conexão. Encontre a energia total armazenada nos dois capacitores, antes e após a conexão. Por que, após a conexão, sumiu metade da energia?

4) Um capacitor, inicialmente descarregado, é conectado a uma bateria de *12 V* com resistência interna de *4* . Qual o valor da corrente no capacitor, no exato instante da conexão?

5) No circuito da figura P6-2, o capacitor está inicialmente descarregado. Qual o valor de sua tensão nos instantes *t = 0+* *e t →* ?

**Resposta:** *v(0+) = 0; v() = 8 V*

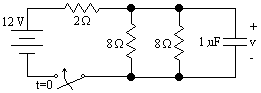


Fig. P6-2: Problema 5.

6) A tensão sobre um capacitor de *40 F* é *25 V* em *t = 0*. Se a corrente através desse capacitor é dada por *i(t) = 6e–6tu(t) mA*, encontre *v(t)* para *t > 0*.

**Resposta:** *25e–6t V*.

7) Encontre *diL/dt(0+)* para o circuito da figura P6-3, supondo regime permanente antes da abertura da chave.

**Resposta:** *–5000 A/s*.

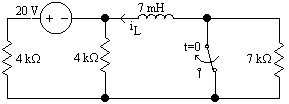


Fig. P6-3: Problema 7.

8) Encontre *R* no circuito da figura P6-4 se, para *t 0* temos:

*v1 = 1e–200t V, vs = 3e–200t V e is = 10e–200t mA*.

**Resposta:** *80* .

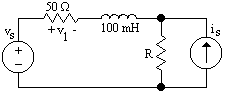


Fig. P6-4: Problema 8.

9) Encontre para o circuito da figura P6-5, o valor de *R* tal que a energia armazenada no capacitor e no indutor sejam a mesma em regime permanente.

**Resposta:** *R = 20 Ω*

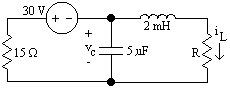


Fig. P6-5: Problema 9.

10) Uma corrente de *5e–4t mA* flui através de uma combinação série de um resistor de *10*  e um indutor de *0,1 H*. Encontre a potência total absorvida por essa combinação série como função do tempo.

**Resposta:** *0,24e–8t mW*.

11) Para o circuito mostrado na figura P6-6, encontre *dvc/dt(0+), diL/dt(0+)* e *i(0+)*. Assuma que a chave estava fechada há bastante tempo antes de *t = 0*.

**Resposta:** *3,5(106) V/s; 0 A/s; 3 A*.

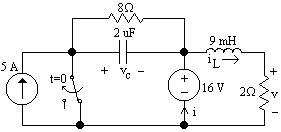


Fig. P6-6: Problema 11.

12) Para o circuito da figura P6-7, determine a corrente e a tensão de cada elemento passivo, em *t = 0–* e *t = 0+*. Dado: *is = 0* para *t < 0* *e is = 4 A* *para t 0*.

**Resposta:** *iL(0–) = 10 A, vL(0–) = 0 V, iC(0–) = 0 A, vC(0–) = 150 V, iR(0–) = –10 A e vR(0–) = –150 V*

*iL(0+) = 10 A, vC(0+) = 150 V, iR(0+) = –6 A, vR(0+) = –90 V, vL(0+) = 60 V, iC(0+) = iC(0+) = 4 A*

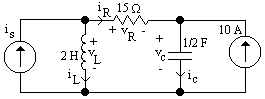


Fig. P6-7: Problema 12.

13) Mostre que, no circuito da figura P6-8, o relacionamento entre tensão e corrente nos terminais *a-b* tem um comportamento semelhante ao de um indutor. (Este circuito é conhecido como girador).

**Resposta:** *v1 = –(C/g1g2)di1/dt*

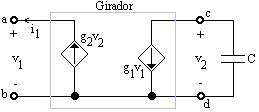
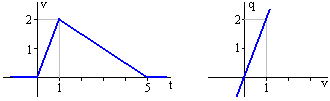


Fig. P6-8: Problema 13.

14) A corrente através de um capacitor de *1 F* é *50Cos(10t + /6) A* para todo *t*. A tensão média do capacitor é zero. Qual é o máximo valor da energia armazenada no capacitor? Qual é o primeiro valor não-negativo de *t* no qual a energia armazenada é máxima?

15) A tensão elétrica, cuja forma de onda é apresentada na figura P6-9(a) foi aplicada aos terminais de um componente elétrico passivo, invariante no tempo, cuja curva característica está apresentada na figura P6-9(b). Desenhe um gráfico esboçando a forma de onda da corrente resultante que passa pelo componente.

**Resposta:** *Para 0 < t < 1: i = 2(2) = 4, Para 1 < t < 5: i = 2(–2/4) = –1*



(a) (b)

## Fig. P6-9: Problema 15.

16) No circuito mostrado na figura P6-10, quanto vale a tensão de regime permanente no capacitor? E a corrente de regime permanente no indutor?

**Resposta:** *iL(∞) = 2 A e vC(∞) = 4 V*

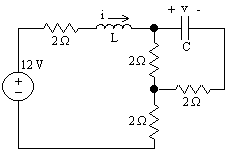
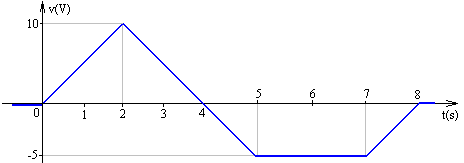


Fig. P6-10: Problema 16.

17) Em um capacitor de *1F*, a tensão obedece à curva mostrada na figura P6-11. Esboçar a forma de onda da corrente nesse capacitor.



**Fig. P6-11: Problema 17.**

18) Suponha que a forma de onda de tensão aplicada num indutor seja também a da figura P6-11. Esboce a forma de onda de corrente para esse indutor, que tem uma corrente inicial nula.

19) Represente analiticamente, em termos da função degrau, a forma de onda da tensão mostrada na figura P6-12.

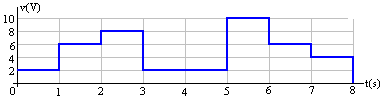


Fig. P6-12: Problema 19.

20) Nicola Tesla (1857 – 1943) foi um engenheiro eletricista americano que fazia experimentos com indução elétrica. Ele construiu uma grande bobina com uma indutância muito elevada. O enrolamento era conectado a uma fonte de corrente de *iL = 100sen(400t) A*, causando uma grande descarga no ar. Encontre a tensão sobre o indutor e explique o aparecimento da descarga. Considere a indutância igual a *200 H*, e que a distância média da descarga é de *2 m*. Note que a rigidez dielétrica do ar é *3(106) V/m*.

**Resposta:** *vL = 8(106)cos(400t) V*

21) Suponha que *N* capacitores distintos de capacitâncias *C1, C2, ... , CN*, cada um com uma tensão inicial *V1, V2,..., VN*, respectivamente, sejam conectados simultaneamente em paralelo. Encontre a expressão para a tensão resultante dessa combinação.

**Resposta:** *V = (C1V1 + C2V2 + ... + CNVN) / (C1 + C2 + ... + CN)*

22) Os dois capacitores mostrados na figura P6-13 foram conectados durante algum tempo e atingiram os valores de tensões indicados. Determine a energia armazenada no capacitor incógnito *Cx*.

**Resposta:** *7,68 mJ*

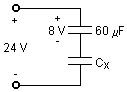


Fig. P6-13: Problema 22.

23) Determine a capacitância equivalente nos terminais *a-b* do circuito mostrado na figura P6-14, bem como a tensão resultante nestes terminais com a respectiva polaridade.

**Resposta:** *Cab = 0,93 nF e Vab = –10 V*

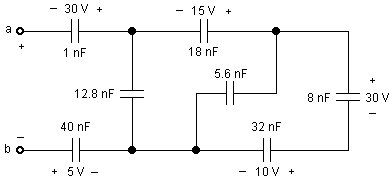


Fig. P6-14: Problema 23.

24) Determine a capacitância equivalente nos terminais *a-b* do circuito mostrado na figura P6-15. Encontre a tensão em cada um dos capacitores se a tensão aplicada nos terminais *a-b* for de *–3 V*.

**Resposta:** *Cab = 6 μF*

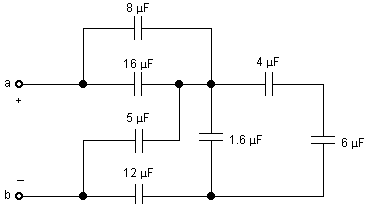


Fig. P6-15: Problema 24.

1. Um capacitor de *100 μF*, inicialmente descarregado, é carregado por uma fonte de corrente contínua de *1mA*. Determine a tensão no capacitor após *4 s*.

**Resposta:** *40 V*

1. A corrente em um indutor varia linearmente de *0* a *200 mA* em *4 ms* e induz uma tensão de *100 mV*. Qual o valor da indutância?

**Resposta:** *500 H*

1. Os dois capacitores da figura P6-16 permaneceram ligados por um longo tempo. Determine o valor de *Vo*.

**Resposta:** *12 V.*



Fig. P6-16: Problema 27.

1. Os três capacitores da figura P6-17 permaneceram ligados por um longo tempo. Determine os valores de *V1* e *V2*.

**Resposta:** *V1 = 4 V e V2 = 8 V*

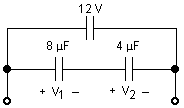


Fig. P6-17: Problema 28.

1. A figura P6-18 mostra uma corrente senoidal que atravessa um indutor de *6 μH*. Determine a tensão nos terminais do indutor e faça um esboço dela.

**Resposta***: v = 120π(10–6)cos2πt V*

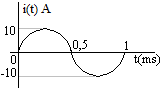
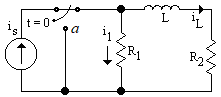


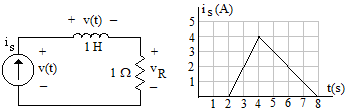
Fig. P6-18: Problema 29.

30) O circuito da figura P6-19 está em regime permanente antes de a chave mudar para a posição *a*. Encontre as correntes e tensões em todos os elementos desse circuito imediatamente antes e após mudança da chave. Dado: *is = 5 mA, R1 = 6 Ω* e *R2 = 9* .



**Fig. P6-19: Problema 30.**

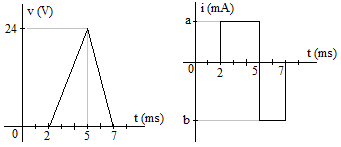
31) Determine a tensão *v(t)* para *t > 0* no indutor do circuito da figura abaixo. Ao lado do circuito é mostrado o gráfico da corrente da fonte *is(t)* em função do tempo.



**Fig. P6-20: Problema 31.**

32) A figura P6-21 mostra dois gráficos que representam a variação com o tempo da corrente e da tensão em um capacitor de *5* *μF*, seguindo a convenção passiva. Determine o valor das constantes *a* e *b* que aparecem no gráfico da corrente.

**Resposta:** *a = 40 mA e b = –60 mA*



**Fig. P6-21: Problema 32.**